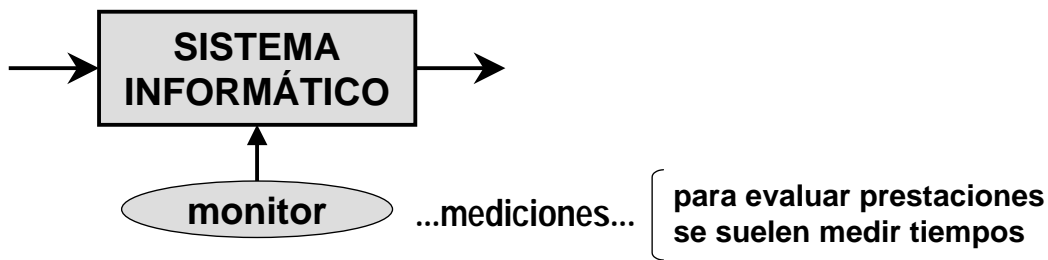


ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE MEDICIONES

Exactitud, Precisión y Resolución de mediciones

Escenario de evaluación



Las condiciones experimentales introducen incertidumbre en las mediciones
Se dice que las mediciones contienen errores o ruido

El nivel de incertidumbre de las mediciones

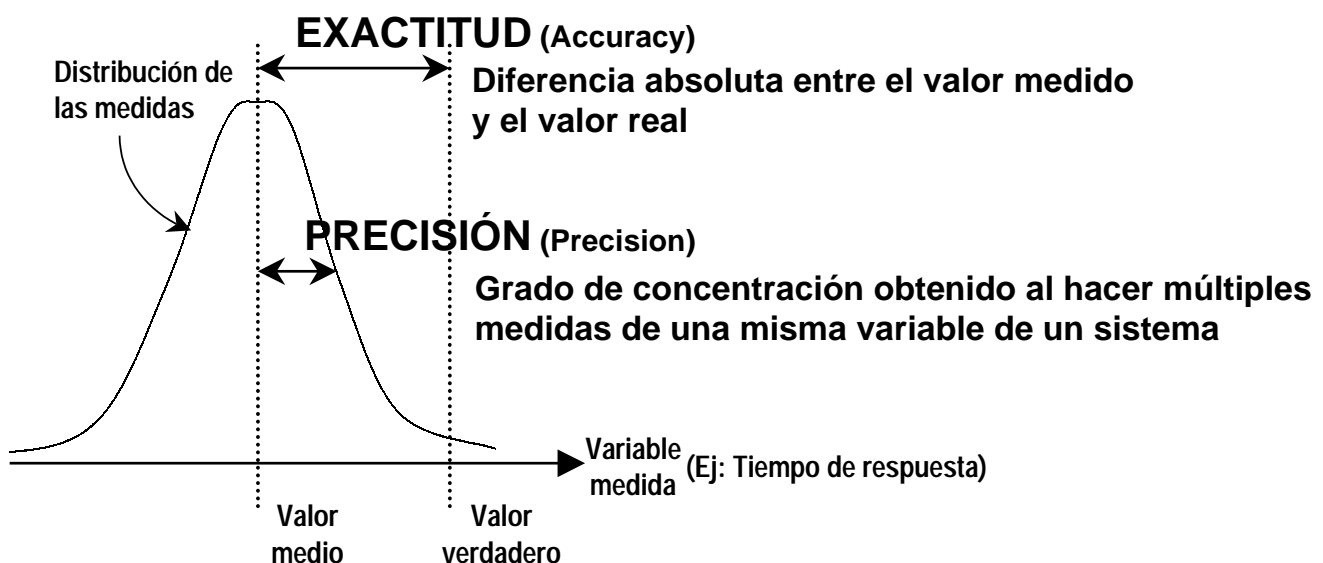
AECTA A:

La fiabilidad de las conclusiones que se pueden extraer de ellas
... Se usan técnicas estadísticas para cuantificar los errores



ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE MEDICIONES

Características que definen la calidad de una muestra



RESOLUCIÓN (Resolution)

Es el menor incremento que puede ser detectado o medido



ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN DE MEDICIONES

Tipos de errores y su cuantificación

Errores SISTEMÁTICOS	Errores ALEATORIOS
Introducen SESGO en las mediciones	NO introducen SESGO en las mediciones
Son ctes. en todas las mediciones (o varían lentamente - derivas)	Son completamente NO deterministas (impredecibles e incontrolables)
Debidos a fallos de experimentación <ul style="list-style-type: none"> - Cambios en las condiciones - Procedimientos incorrectos 	Debidos a múltiples causas <ul style="list-style-type: none"> - El monitor y el usuario - Fenómenos aleatorios en el sistema
Afectan a la EXACTITUD de las med	Afectan a la PRECISIÓN de las med (Determinan la repetibilidad de resultados)
Para cuantificar la EXACTITUD Calibrar los monitores y controlar el procedimiento experimental	Para cuantificar la PRECISIÓN Usar técnicas estadísticas (Intervalos de confianza)

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Concepto de Intervalo de Confianza para la media

Características de	Se denominan	Representación
La población	Parámetros - Son fijos	(griegas) $\mu \sigma$
Cada muestra	Estadísticos - Son Var Aleatorias	(latinas) $\bar{x} s^2$

Está demostrado que la media y varianza muestrales SON estimadores puntuales insesgados de la media y varianza poblacionales

$$\left. \begin{array}{l} E[\bar{x}] = \mu \\ E[s^2] = \sigma^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{SI \ n \rightarrow \infty} \left\{ \begin{array}{l} (\bar{x} - \mu) \rightarrow 0 \\ (s^2 - \sigma^2) \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

Además de calcular una estimación de la media poblacional ... Se calcula un intervalo de confianza para la media poblacional tal que la probabilidad de que la media poblacional esté contenida en el intervalo sea $(1-\alpha)$

$$Pr(x_1 \leq \mu \leq x_2) = 1 - \alpha$$

x_1, x_2	Es el intervalo de confianza
α	Es el nivel de significación (0.1, 0.05)
$1 - \alpha$	Es el coeficiente de confianza (0.9, 0.95)
$100(1 - \alpha)$	Es el nivel de confianza (90%, 95%)

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Para un número de observaciones grande ($n \geq 30$)

El teorema central del límite establece que:

Si las observaciones de una muestra

SON independientes y PROVIENEN de la misma población

ENTONCES

La media muestral se aproxima a una Normal

$$\bar{x} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\text{Error estándar} = \text{Desviación estándar de la media muestral} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Definición del intervalo de confianza:

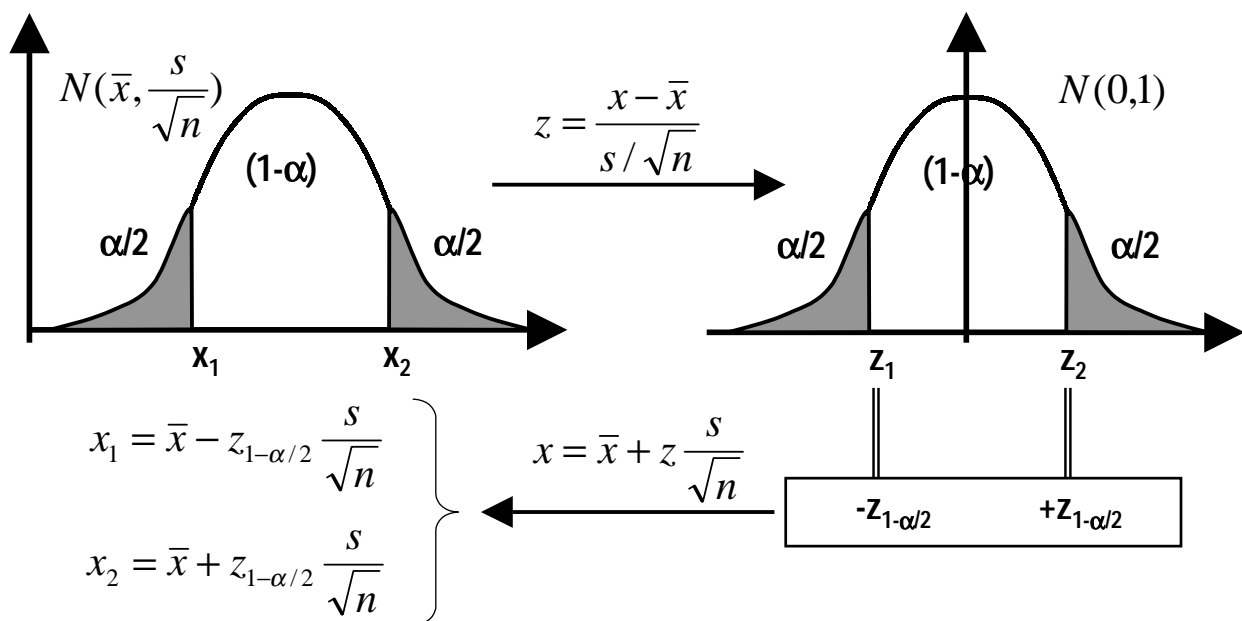
Dos valores x_1, x_2 tales que la Pr de que la media este entre ellos es $1-\alpha$

$$\Pr(x_1 \leq \bar{x} \leq x_2) = 1 - \alpha$$

Además se eligen de modo que formen un intervalo simétrico

$$\Pr(\bar{x} < x_1) = \Pr(\bar{x} > x_2) = \alpha / 2$$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA



INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Para un número de observaciones pequeño ($n < 30$)

En este caso la media muestral se aproxima bien a una distribución t de Student con $n-1$ grados de libertad

Siguiendo un proceso similar se obtiene el intervalo:

$$x_1 = \bar{x} - t_{1-\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$x_2 = \bar{x} + t_{1-\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

La distribución t como la $N(\mu, \sigma)$ es acampanada y simétrica respecto a 0
Pero su varianza es ≥ 1 siempre: es mas dispersa que la $N(0,1)$

Para $n=1$ la dispersión es máxima

Para $n=\infty$ la dispersión es mínima = $N(0,1)$



INTERPRETACIÓN DEL INTERVALO DE CONFIANZA

Interpretación del intervalo de confianza

Si se calcula un intervalo (x_1, x_2) usando un nivel de confianza de $100(1-\alpha)\%$ la media poblacional está en el intervalo con una probabilidad de $100(1-\alpha)\%$

Ejemplo de interpretación

Si se tomasen 100 muestras de n observaciones cada una y se construyese un intervalo usando un nivel de confianza del 90% para cada muestra ...

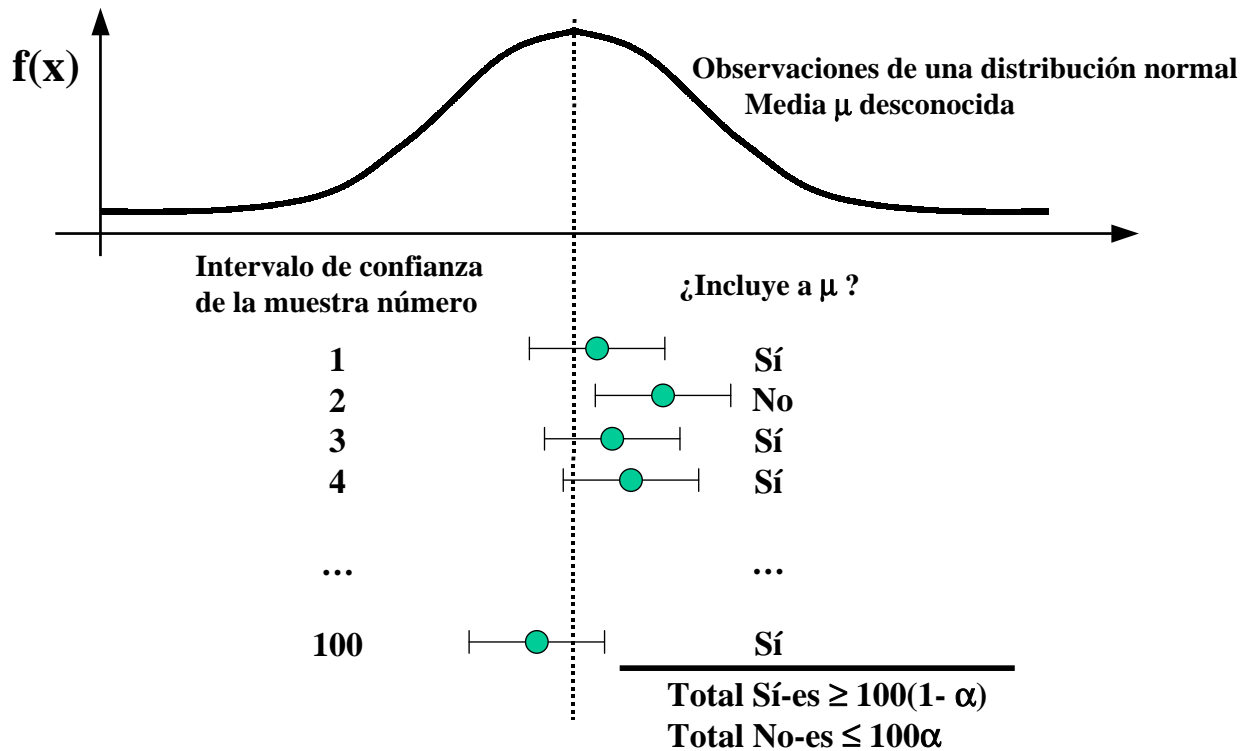
- { En 90 muestras el intervalo contendría a la media de la población
- { En 10 muestras el intervalo NO contendría a la media de la población

Se verifica:

Nivel de confianza \uparrow
Nº observaciones \downarrow \longrightarrow Anchura del intervalo \uparrow = Precisión \downarrow



INTERPRETACIÓN DEL INTERVALO DE CONFIANZA



Cálculo de número de observaciones necesarias

La confianza de las conclusiones que se pueden extraer de una muestra = $f(N^{\circ} \text{ observaciones})$

$N^{\circ} \text{ observaciones} \uparrow \Rightarrow \text{Confianza} \uparrow$

Capturar muchas observaciones conlleva un coste (tiempo) ... Interesa conocer el N° mínimo de observaciones para alcanzar la confianza deseada

Para estimar el valor medio de una variable { con un error (precisión) del $\pm e\%$
un nivel de confianza de $100(1-\alpha)\%$

$$\left. \begin{aligned} x_{1\delta 2} &= (1 \pm e/100)\bar{x} \\ x_{1\delta 2} &= \bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{Igualando}} n = \left(\frac{100 z_{1-\alpha/2} s}{\bar{x} e} \right)^2$$

Estimación de la precisión de medias obtenidas de observaciones CORRELADAS con intervalos de confianza

Método de las réplicas independientes

Las réplicas se obtienen repitiendo las secuencias de mediciones
Cada secuencia de mediciones debe usar números aleatorios distintos

Realizar m réplicas de tamaño n_0+n y calcular:

Media de cada réplica

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=n_0+1}^{n_0+n} x_{ij} \quad i = 1, \dots, m$$

Media global

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i$$

Var de las medias de las réplicas

$$Var(\bar{x}) = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

El intervalo de confianza es:

$$\bar{\bar{x}} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{Var(\bar{x})}{m}}$$

Estimación de la precisión de medias obtenidas de observaciones CORRELADAS con intervalos de confianza

Método de las medias por lotes

Obtener una muestra muy larga de n_0+N observaciones
Descartar las n_0 observaciones del intervalo transitorio inicial
Dividir las N observaciones restantes en $m=N/n$ lotes de n obs cada uno

Comenzando por un valor pequeño de n (ej $n=1$) calcular:

Media de cada lote

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad i = 1, \dots, m$$

Media global

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i$$

Var de las medias de los lotes

$$Var(\bar{x}) = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

El intervalo de confianza es:

$$\bar{\bar{x}} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{Var(\bar{x})}{m}}$$

$$Cov(\bar{x}_i, \bar{x}_{i+1}) = \frac{1}{m-2} \sum_{i=1}^{m-1} (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})(\bar{x}_{i+1} - \bar{\bar{x}})$$