

Introducción al modelado analítico con QNAP2

Práctica 5a

1. Objetivo

El objetivo principal consiste en que el alumno tome un primer contacto con el lenguaje de modelado y simulación de redes de colas QNAP2.

Como segundo objetivo se plantea la obtención de valores característicos de las redes de colas: utilización, productividad (throughput), tiempo de respuesta, etc. Para ello se aplicarán las leyes operacionales implementadas mediante funciones QNAP2.

Para cumplir estos objetivos, se resolverá un problema sencillo. Los resultados obtenidos serán contrastados en este caso con los obtenidos mediante las fórmulas matemáticas.

1.1 Conocimientos previos

Como requisitos previos a la realización del ejercicio están:

- Conocimiento de la terminología básica empleada en la teoría de colas, así como las relaciones fundamentales de las leyes operacionales. (Apuntes de teoría de colas.)
- Conocimientos básicos sobre el lenguaje de modelado y simulación QNAP2. (Apuntes de QNAP.)

2. La práctica

2.1 Enunciado del problema

Problema 1.- Los estudiantes llegan al centro de cálculo de la universidad siguiendo una distribución de Poisson, con una frecuencia promedio de 10 estudiantes por hora. Cada estudiante permanece un promedio de 20 minutos en una terminal y se puede considerar que el tiempo de permanencia está exponencialmente distribuido. Actualmente, el centro tiene cinco terminales. Se han recibido quejas de que los tiempos de espera son demasiado largos. Se analizará el uso del centro mediante un modelo de colas. Una representación gráfica del sistema aparece en la figura 1.

Problema 2.- Los estudiantes desearían limitar el tiempo de espera a un promedio de 2 minutos y no más de 5 minutos en el 90% de los casos. ¿Es posible? Si lo es, ¿cuántas terminales serían necesarias?

Problema 3.- Considérese qué ocurriría si los cinco terminales del Problema 1 se dispusieran en cinco emplazamientos diferentes; por tanto, se necesitaría una cola para cada uno y la frecuencia de llegadas se dividiría entre los cinco emplazamientos por igual.

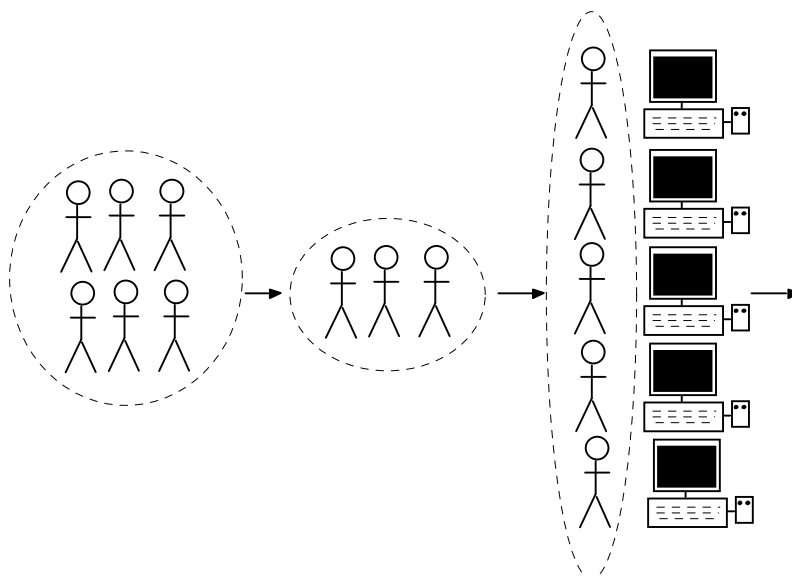


Figura 1 Esquema básico del problema a resolver.

2.2 Pasos de resolución

Se comenzará con el primer problema. Planteamos un modelo de redes de colas que represente nuestro problema. Los clientes llegan de algún lugar (una fuente) según un proceso exponencial y cada cierto tiempo (debemos expresar las cantidades en minutos, es decir, cada cuántos minutos llega un cliente).

Los alumnos llegan al centro de cálculo, donde encontrarán una cola para utilizar alguno de los cinco terminales disponibles (5 servidores); una vez que consiguen un terminal, estarán en él un tiempo promedio de 20 minutos, transcurridos los cuales se irán del centro de cálculo. **Los tiempos de servicio en cada estación han de expresarse en minutos.**

Se procede:

1. Plantear un esquema de redes de colas que represente el centro de cálculo.
2. Transformar el esquema de redes de colas a lenguaje QNAP.
3. Obtención de valores:

Dentro del modelo QNAP habrá que obtener los siguientes valores:

- Probabilidad de que todos los terminales estén libres.
- Probabilidad de que todos estén ocupados. Esta probabilidad no es, como en principio podría pensarse, la probabilidad de que haya 5 clientes en el centro, ya que cuando hay 6, 7, 8... clientes, también están todos los terminales ocupados. Por lo tanto, la probabilidad de que estén todos los terminales ocupados es:

$$1 - (P(0 \text{ clientes}) + P(1 \text{ cliente}) + P(2 \text{ clientes}) + P(3 \text{ clientes}) + P(4 \text{ clientes})).$$

- Utilización promedio de las terminales.

- Número promedio de estudiantes en el centro.
- Número promedio de estudiantes esperando por una terminal libre.
- Número promedio de estudiantes en los terminales.
- Tiempo medio de respuesta o de permanencia de los estudiantes en el centro.
- 90 percentil del tiempo de espera. Para ello habrá de implementarse la expresión:

$$\max\left\{0, \frac{E[w]}{\varphi} \ln(10\varphi)\right\}$$

donde φ es la probabilidad de que todos los terminales estén ocupados.

Para realizar los cálculos y obtener resultados se utilizarán funciones predefinidas y herramientas matemáticas del lenguaje QNAP. Algunas de estas expresiones podrán combinarse según las leyes operacionales vistas para obtener los resultados buscados.

Recordar que en el comando de control deben incluirse los siguientes parámetros:

```
/CONTROL/  
CLASS=ALL QUEUE;  
MARGINAL=cola_que_de_servicio, valor; & valor mayor que 5, 8 por ejemplo
```

Con esos parámetros le indicamos a QNAP que calcule estadísticas para todas las colas y probabilidades marginales hasta el orden 8, es decir probabilidad de que haya hasta 8 usuarios en el sistema.

Para el problema 2, se hará una modificación en el programa QNAP anterior, parametrizando el número de terminales en el centro de cálculo. De esta forma sería sencillo responder a las preguntas formuladas.

1. Modificar el programa para que el número de terminales en el centro de cálculo sea un parámetro ajustable. Si fuera necesario, realizar la resolución de este problema mediante un bucle FOR para un número de terminales progresivamente creciente.
2. Obtener los valores que se piden:
 - Tiempo promedio de espera en la cola.
 - Percentil 90 del tiempo de espera. Para ello implementar la fórmula ya vista.

El problema 3 es un caso sencillo de una cola M/M/1. Se considera que todas las terminales son iguales y por tanto con realizar los cálculos para uno de ellos es suficiente. El flujo de clientes inicial se considera repartido por igual entre todos los terminales con las mismas características. Los pasos a dar son:

1. Esquema de la red de colas y programa QNAP.
2. Obtener los siguientes valores:
 - Utilización promedio.
 - Número promedio de estudiantes esperando en la cola.
 - Número promedio de estudiantes en el terminal.

- Tiempo medio de respuesta.
- Tiempo medio de espera.

2.3 Contrastación de resultados

Según las fórmulas analíticas de la teoría de colas, alguno de los resultados obtenidos para los problemas anteriores son:

Problema 1: El centro puede modelarse como una cola M/M/5 con una razón de llegada de $\lambda = 1/6$ por minuto y una razón de servicio de $\mu = 1/20$ por minuto. Sustituyendo estos valores en las expresiones que tenemos para esta cola tenemos:

$$\text{Intensidad de tráfico, } \rho = \frac{\lambda}{m\mu} = \frac{0.167}{5 \times 0.05} = 0.67$$

Probabilidad de que todos los terminales estén libres:

$$p_0 = \left[1 + \frac{(5 \times 0.67)^5}{5!(1 - 0.67)} + \frac{(5 \times 0.67)^1}{1!} + \frac{(5 \times 0.67)^2}{2!} + \frac{(5 \times 0.67)^3}{3!} + \frac{(5 \times 0.67)^4}{4!} \right]^{-1} = 0.0318$$

La probabilidad de que todos los terminales estén ocupados es:

$$\varphi = \frac{(m\rho)^m}{m!(1 - \rho)} p_0 = \frac{(5 \times 0.67)^5}{5!(1 - 0.67)} \times 0.0318 = 0.33$$

Utilización promedio, $\rho = 0.67$.

Número promedio de estudiantes en el centro:

$$E[n] = m\rho + \frac{\rho\varphi}{1 - \rho} = 5 \times 0.67 + \frac{0.67 \times 0.33}{1 - 0.67} = 4.0$$

El número promedio de estudiantes esperando en la cola es:

$$E[n_q] = \frac{\rho\varphi}{1 - \rho} = \frac{0.67 \times 0.33}{1 - 0.67} = 0.65$$

El número promedio de estudiantes usando los terminales es:

$$E[n_s] = E[n] - E[n_q] = 4 - 0.65 = 3.35$$

La media del tiempo empleado en el centro son:

$$E[r] = \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{\varphi}{m(1 - \rho)} \right) = \frac{1}{0.05} \left(1 + \frac{0.33}{5(1 - 0.67)} \right) = 24 \text{ minutos}$$

Así, cada estudiante pasa un promedio de 24 minutos en el centro, 20 minutos trabajando y 4 minutos esperando a la cola.

Podemos calcular el 90 percentil del tiempo de espera.

$$\max\left\{0, \frac{E[w]}{\phi} \ln(10\phi)\right\} = \max\left\{0, \frac{4}{0.33} \ln(10 \times 0.33)\right\} = 14 \text{ minutos}$$

el 10% de los estudiantes tendrán que esperar más de 14 minutos.

Problema 2: Analicemos el sistema con $m = 6, 7, \dots$ terminales manteniendo las mismas razones de llegada y de servicio, $\lambda = 0.167$ y $\mu = 0.05$ respectivamente.

Con $m = 6$ tendremos:

$$\text{Intensidad de tráfico, } \rho = \frac{0.167}{6 \times 0.05} = 0.556$$

Tiempo promedio de espera: $E[w] = 1.1$ minutos

El 90-percentil del tiempo de espera es:

$$\max\left\{0, \frac{1.1}{0.15} \ln(10 \times 0.15)\right\} = \max(0, 3.0) = 3.0 \text{ minutos}$$

Así, con uno o más terminales quedarían cubiertas las demandas.

Problema 3: En este caso, el sistema puede modelarse como cinco colas M/M/1 separadas. La razón de llegada para cada terminal sería un quinto del total. Tomando $m = 1$, $\lambda = 0.167/5$ y $\mu = 0.05$ tenemos:

$$\text{Intensidad de tráfico, } \rho = \frac{0.0333}{0.05} = 0.67$$

El tiempo medio empleado en la sala de terminales es:

$$E[r] = \frac{1/\mu}{1-\rho} = \frac{1/0.05}{1-0.67} = 60 \text{ minutos}$$

2.4 Presentación de resultados

Cada alumno debe presentar una memoria de la práctica desarrollando los contenidos que se detallan a continuación:

1. Problema 1:

1.1. Gráfico de colas empleado.

1.2. Salida del programa Qnap, incluyendo el código fuente y las tablas que genera, además de los datos pedidos.

2. Problema 2: Salida del programa Qnap, incluyendo lo mismo que antes.

3. Problema 3:

3.1. Salida del programa Qnap, incluyendo lo mismo que antes.

3.2. Cálculos mediante las fórmulas analíticas para constatar los resultados.

4. Conclusión: De las alternativas presentadas en el problema 1 y en el problema 3, ¿cuál elegirías y por qué?



3. Ejecución de un programa QNAP2

El programa QNAP2 está disponible en las salas de terminales conectadas al servidor Hermes. Para utilizarlo sólo hay que abrir un interfaz de comandos (ventana de MS-DOS) e invocar al ejecutable, que ya está incluido en el *path* y se llama *qnap2v9*:

```
c:\> qnap2v9
```

El sistema responderá con una serie de mensajes tal como se muestran a continuación, y luego comenzará a hacer preguntas. La mayoría de las preguntas llevan una respuesta por defecto que será la que se elegirá si se pulsa el retorno de carro.

```
=====
Q N A P 2      18-OCT-2000  13:11:46
=====

SIMULOG S.A - 1, rue James Joule - 78286 Guyancourt Cedex (1) 30-12-27-77
QNAP2 V. 9.4      - 28-02-1999 - Size: 5000000 words
(C) Copyright by CII HONEYWELL BULL and INRIA - 1986

Version : FlexLM 6.0-b Simulog 0.98 (Nov 27 1997)

NAME OF THE SOURCE FILE TO BE EXECUTED ? [.QNP]
```

Lo primero que pregunta es el nombre del fichero a ejecutar. Supone que la extensión por defecto es *.QNP*.

Una vez aceptado el nombre del fichero, aparece el siguiente mensaje:

```
( Hit # to take the default answers for the next questions )

DOES YOUR MODEL USE A LIBRARY (Y/N) ? [N]
```

Si no es necesario introducir más datos al programa y los resultados se sacan por pantalla, al responder con el carácter # tomará todas las respuestas por defecto y no preguntará más. En cambio, si se desea sacar los resultados a fichero, se debe seguir contestando, en la mayoría de los casos aceptando las respuestas por defecto.

Si el modelo no requiere ninguna librería, se acepta la respuesta por defecto.

Lo siguiente que pregunta es si el modelo va a tomar datos desde algún fichero de entrada; de no ser así, se acepta la opción por defecto. Si el modelo tomara datos de un fichero, preguntaría el nombre del fichero.

```
DOES YOUR MODEL REQUIRE DATA (Y/N) ? [N]
```

Seguidamente pregunta a dónde se desea que se vuelquen los resultados, a pantalla (defecto) [SC] o a fichero [FI]. Responder según sea necesario.

```
RESULTS ON SCREEN (SC) OR FILE (FI) ? [SC]
```

En caso de responder que se desean los resultados en fichero, la siguiente pregunta será el nombre del fichero.

```
RESULTS ON SCREEN (SC) OR FILE (FI) ? [SC]
fi

RESULTS FILE NAME ?
```

Se puede utilizar cualquier nombre aceptado por Windows. Hay que apuntar que el programa Qnap protege contra sobrescritura. Es decir, si **anteriormente se ha utilizado un fichero para guardar los datos, no se puede usar nuevamente**: Qnap diría que ya existe y no lo puede sobrescribir. Para utilizar el mismo nombre **se debe previamente borrar el fichero antiguo**.

Seguidamente preguntará si es necesario algún otro fichero.

```
DO YOU WANT AN OTHER FILE (Y/N) ? [N]
```

Si no es así, se acepta el valor por defecto y se pasará a la última pregunta.

```
DO YOU WANT QNAP2 TO MAKE A SAVE IN CASE OF ERROR (Y/N) ? [N]
```

En caso de que se produzca un error, el Qnap puede guardar los datos obtenidos hasta el momento. Para ello pediría el nombre del fichero. Lo normal es no utilizar esta opción salvo que se trabaje con simulaciones largas (de varias horas).

Una vez respondida esta pregunta, aparece el siguiente mensaje en pantalla:

```
EXECUTION STARTED. WAITING ...
```

Este mensaje se mantiene mientras el programa Qnap ejecuta el modelo. La ejecución finaliza cuando aparezca el mensaje:

```
QNAP2 : END OF EXECUTION
```

A partir de ese momento se puede consultar el resultado de la resolución o simulación, bien en pantalla o bien en el fichero que se haya especificado.

El programa Qnap presenta por defecto como resultado el código fuente, numerando las líneas y marcando aquellas en las que existen errores. Si no existen errores y se le ha especificado que genere resultados, aparece una tabla de resultados como la siguiente:

```
- CONVOLUTION METHOD ("CONVOL") -
*****
*   NAME   * SERVICE * BUSY PCT * CUST NB * RESPONSE * THRUPUT *
*****
*RED       * 125.0   * 1.000   * 1.000   * 125.0   *0.8000E-02*
*          *          *          *          *          *
*CPU       * 85.00   *0.9714   * 34.49   * 1509.   *0.2286E-01*
*          *          *          *          *          *
*DISCO1    * 120.0   *0.6857   * 2.182   * 381.8   *0.5714E-02*
*          *          *          *          *          *
*DISCO2    * 100.0   *0.9143   * 10.67   * 1167.   *0.9143E-02* *
*          *          *          *          *          *
*****
MEMORY USED:      6965 WORDS OF 4 BYTES      ( 0.14 % OF TOTAL
MEMORY)
```

Lo primero que aparece es el método empleado para la resolución (convolución en este caso). Después:

NAME.-	Nombre de la cola para la que se ofrecen los datos.
SERVICE.-	Tiempo de servicio en la estación considerada.
BUSY PCT.-	Porcentaje de ocupación, en tanto por uno.
CUST NB.-	Número promedio de clientes en la estación (en la cola y recibiendo servicio).
RESPONSE.-	Tiempo medio de respuesta para un cliente en la estación considerada.
THRUPUT.-	Throughput promedio en la estación considerada. Si existe flujo equilibrado coincide con la razón de llegadas.

Para evitar el tener que responder a todas las preguntas de Qnap cada vez que se quiera hacer una ejecución, se pueden escribir las respuestas en un fichero y redigir la entrada de Qnap a ese fichero. Un ejemplo de fichero de entrada que especifica que se ejecuta el fichero *programa.qnp* y la salida se deja en *salida.txt* es el siguiente:

```
programa
N
N
FI
salida.txt
N
N
```

Si el fichero anterior se llamase *entrada*, para realizar la ejecución sólo habría que poner:

```
c:> qnap2v9 < entrada
```

Cada vez que se hiciera una ejecución con este fichero de entrada se debería previamente borrar el fichero *salida.txt*.